

บทที่

3

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 3.1 แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- 3.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- 3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



จุดประสงค์ของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

1. แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
2. นำความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### บทที่ 3

## สมการกำลังสองตัวแปรเดียว



“

เพื่อให้การแก้ปัญหาเป็นไปได้อย่างรวดเร็ว ในบางสถานการณ์ เราอาจจำลองปัญหานั้นด้วยสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เช่น การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ อัตราเร็ว การหารัศมีความโค้งของถนนในแนวราบ การหาค่าคงตัวจากข้อมูลที่ได้จากการทดลองทางวิทยาศาสตร์บางอย่าง

”



## ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

- ❖ การแยกตัวประกอบ โดยใช้สมบัติการแจกแจง  
ถ้า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $ab + ac = a(b + c)$
- ❖ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม โดยที่  $a \neq 0$   
เช่น  $12x^2 + 5x - 2 = (4x - 1)(3x + 2)$
- ❖ ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นพหุนาม จะแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ ได้ตามสูตรดังนี้  
$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$
- ❖ ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นพหุนาม จะแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างของกำลังสอง ได้ตามสูตรดังนี้  
$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$
- ❖ ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$
- ❖ สมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง  
ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ  $a$  มีสองราก คือ  $\sqrt{a}$  และ  $-\sqrt{a}$
- ❖ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียนได้ที่ <http://ipst.me/10693>



### 3.1 แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า พหุนาม เช่น  $4x^2$ ,  $x^2 - 5$ ,  $3x^2 + x$  และ  $x^2 - 4x + 1$  เป็นพหุนามดีกรีสองที่มีตัวแปรตัวเดียว คือ  $x$  พหุนามดังกล่าวมีรูปทั่วไปเป็น  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  เราจะได้เห็นการนำพหุนามดังกล่าวมาใช้ในสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

1.  $5x^2 = 0$
2.  $-3x^2 = 4$
3.  $y^2 + 2y = 0$
4.  $3x^2 + x - 2 = 0$
5.  $1.5m^2 - 0.5m + 2 = -4m$

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว (one-variable quadratic equation) มีรูปทั่วไปเป็น  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$



จากรูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวข้างต้น  
ข้าพเจ้านึกสงสัยอะไรไหมคะ

ข้าพเจ้านึกคิดว่าทางซ้ายของสมการในรูปทั่วไปนี้ เป็นพหุนามดีกรีสอง  
ที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว ซึ่งก็คือ พหุนาม  $ax^2 + bx + c$  ینگละ



ในบางครั้งเราอาจพบสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่ไม่ได้เขียนอยู่ในรูปทั่วไป แต่เราสามารถเขียนสมการเหล่านั้นให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1.  $x^2 + 5 = 2x$

$$x^2 + 5 + (-2x) = 2x + (-2x) \quad \circ \quad \circ \quad \circ$$

นำ  $-2x$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

2.  $-y(4y + 7) = -8$

$$-4y^2 - 7y = -8 \quad \circ \quad \circ \quad \circ$$

สมบัติการแจกแจง

$$-4y^2 - 7y + 8 = 0$$

3.  $2m^2 - 10 = -3m^2 + 4$

$$2m^2 - 10 + 3m^2 + (-4) = -3m^2 + 4 + 3m^2 + (-4)$$

$$5m^2 - 14 = 0$$

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าสมการ  $x^2 + 5 = 2x$ ,  $-y(4y + 7) = -8$  และ  $2m^2 - 10 = -3m^2 + 4$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้เป็น  $x^2 - 2x + 5 = 0$ ,  $-4y^2 - 7y + 8 = 0$  และ  $5m^2 - 14 = 0$  ตามลำดับ

### แบบฝึกหัด 3.1

1. สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ จงเขียน  ลงในช่องที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	
		เป็น	ไม่เป็น
1)	$-z^2 + 15 - 4z = 0$		
2)	$0 = 6t^2 - 5$		
3)	$4 - 3x = 0$		
4)	$-\frac{1}{2}u + 7 - \frac{3}{4}u^2 = 0$		
5)	$0 = s(s - 9)$		
6)	$m^2 + 2n - 1 = 0$		
7)	$0 = x + 2x$		
8)	$12y^2 = 0$		
9)	$3w^2 + 8w - 5 - 3w^2 = 0$		
10)	$0 = 11v - 12v^2 + 13$		

2. จงเขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทั่วไป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  พร้อมทั้งบอกค่า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ในแต่ละสมการ

- |                               |                              |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $x^2 - 3x = 8$             | 2) $2m^2 - 7 = m$            |
| 3) $z^2 = -4$                 | 4) $0.8x - 1 = 1.5x^2$       |
| 5) $(k - 1)^2 = 0$            | 6) $3z(1.2 - z) = 2.4$       |
| 7) $y^2 + 6y = 2 - 3y^2$      | 8) $(n + 4)^2 = 1 + 8n$      |
| 9) $(m - 9)(m + 9) = 9 - m^2$ | 10) $2 - 5k = \frac{k^2}{3}$ |

## 3.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า คำตอบของสมการ คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

ให้นักเรียนพิจารณาการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีสองแทนค่าตัวแปรในสมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$1. x^2 - 4x = 0$$

เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $0$  ในสมการ  $x^2 - 4x = 0$

$$\text{จะได้} \quad (0)^2 - 4(0) = 0$$

$$0 = 0$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $0$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 - 4x = 0$

และเมื่อแทน  $x$  ด้วย  $4$  ในสมการ  $x^2 - 4x = 0$

$$\text{จะได้} \quad (4)^2 - 4(4) = 0$$

$$0 = 0$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $4$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 - 4x = 0$

และเมื่อแทน  $x$  ด้วยจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่  $0$  และ  $4$  ในสมการ  $x^2 - 4x = 0$  แล้วจะได้สมการที่ไม่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $x^2 - 4x = 0$  มี  $2$  คำตอบ คือ  $0$  และ  $4$

$$2. y^2 + 6y + 9 = 0$$

เมื่อแทน  $y$  ด้วย  $-3$  ในสมการ  $y^2 + 6y + 9 = 0$

$$\text{จะได้} \quad (-3)^2 + 6(-3) + 9 = 0$$

$$0 = 0$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $-3$  เป็นคำตอบของสมการ  $y^2 + 6y + 9 = 0$

และเมื่อแทน  $y$  ด้วยจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่  $-3$  ในสมการ  $y^2 + 6y + 9 = 0$  แล้วจะได้สมการที่ไม่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $y^2 + 6y + 9 = 0$  มี  $1$  คำตอบ คือ  $-3$

$$3. z^2 + 8 = 0$$

จากสมการ  $z^2 + 8 = 0$

$$\text{จะได้} \quad z^2 = -8$$

เนื่องจาก จำนวนจริงใด ๆ ยกกำลังสองแล้ว จะต้องเป็นจำนวนจริงบวก หรือศูนย์

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองแล้ว ได้ผลลัพธ์เป็น  $-8$

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ  $z^2 + 8 = 0$

จากตัวอย่างทั้งสามข้างต้น แสดงให้เห็นว่า สมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจมี  $2$  คำตอบ หรือ  $1$  คำตอบ หรืออาจไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบก็ได้ ในทางคณิตศาสตร์ สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีคำตอบได้ไม่เกิน  $2$  คำตอบ

## แบบฝึกหัด 3.2 ก

1. จงตรวจสอบว่า จำนวนที่กำหนดให้ในช่องท้ายข้อ แต่ละจำนวนเป็นคำตอบของสมการในแต่ละข้อหรือไม่

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 1) $x^2 - 5x - 14 = 0$ | 7 กับ -2              |
| 2) $n^2 - 6n + 9 = 0$  | 3 กับ 0               |
| 3) $2x^2 - 7x = 0$     | 7 กับ 0               |
| 4) $2y^2 = 15 + 7y$    | 5 กับ $-\frac{3}{2}$  |
| 5) $0 = 25 + x^2$      | 5 กับ -5              |
| 6) $4z + 4z^2 = -1$    | $-\frac{1}{2}$ กับ -1 |
| 7) $m^2 - 6 = m$       | -2 กับ -3             |
| 8) $y^2 = 10y - 25$    | 5 กับ 2               |

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| 1) $x^2 - 16 = 0$    | 2) $y^2 - 5y = 0$      |
| 3) $z^2 + 3 = 0$     | 4) $x^2 - 1 = 0$       |
| 5) $k^2 + k - 2 = 0$ | 6) $u^2 - 8u + 16 = 0$ |



## ชวนคิด 3.1

จงเติมเครื่องหมาย + หรือ - ลงใน  เพื่อให้แต่ละจำนวนที่กำหนดให้ในช่องท้ายข้อเป็นคำตอบของสมการในแต่ละข้อ

- |  |          |
|--|----------|
| 1. $m^2$ <input type="radio"/> 81 = 0                            | -9 กับ 9 |
| 2. $x^2$ <input type="radio"/> $4x$ <input type="radio"/> 4 = 0  | -2       |
| 3. $y^2$ <input type="radio"/> $4y$ <input type="radio"/> 4 = 0  | 2        |
| 4. $u^2$ <input type="radio"/> $3u$ <input type="radio"/> 18 = 0 | -6 กับ 3 |

### การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีแยกตัวประกอบ

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเป็นการหาคำตอบทั้งหมดของสมการนั้น ๆ สำหรับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  ด้วยวิธีลองแทนค่าตัวแปรนั้น ในทางปฏิบัติ อาจทำได้ไม่ได้ หรือ อาจไม่สะดวกและต้องใช้เวลาามาก

ในกรณีที่เราสามารถแยกตัวประกอบของ  $ax^2 + bx + c$  ให้อยู่ในรูปการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่ง 2 พหุนาม และเนื่องจากในที่นี้พหุนามแทนจำนวน เราจึงใช้สมบัติของจำนวนจริงที่ว่า ถ้า  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนจริง และ  $mn = 0$  แล้ว  $m = 0$  หรือ  $n = 0$  มาใช้ในการแก้สมการด้วย ก็จะทำให้แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้สะดวกขึ้น

ให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$

เนื่องจาก  $x^2 + 5x - 36 = (x + 9)(x - 4)$

จะได้ว่า  $(x + 9)(x - 4) = 0$

จากสมบัติของจำนวนจริง จะได้  $x + 9 = 0$  หรือ  $x - 4 = 0$

และเมื่อใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จะได้  $x = -9$  หรือ  $x = 4$

นำค่า  $x$  ที่ได้ ไปแทน  $x$  ในสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$  เพื่อตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ดังนี้

❖ เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $-9$  ในสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$

จะได้  $(-9)^2 + 5(-9) - 36 = 0$

$81 - 45 - 36 = 0$

$0 = 0$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $-9$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$

❖ เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $4$  ในสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$

จะได้  $(4)^2 + 5(4) - 36 = 0$

$16 + 20 - 36 = 0$

$0 = 0$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $4$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$

นั่นคือ คำตอบของสมการ  $x^2 + 5x - 36 = 0$  คือ  $-9$  และ  $4$

#### ตัวอย่างที่ 1

จงแก้สมการ  $x^2 - 10x + 25 = 0$

วิธีทำ

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$(x - 5)(x - 5) = 0$

ดังนั้น  $x - 5 = 0$

จะได้  $x = 5$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $5$

#### ตรวจสอบ

เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $5$  ในสมการ  $x^2 - 10x + 25 = 0$

จะได้  $5^2 - 10(5) + 25 = 0$

$0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง



**ตัวอย่างที่ 2**จงแก้สมการ  $x^2 - 81 = 0$ 

วิธีทำ

$$x^2 - 81 = 0$$

$$(x + 9)(x - 9) = 0$$

ดังนั้น  $x + 9 = 0$  หรือ  $x - 9 = 0$

จะได้  $x = -9$  หรือ  $x = 9$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $-9$  และ  $9$ 

ตรวจสอบ

1) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $-9$  ในสมการ  $x^2 - 81 = 0$   
จะได้  $(-9)^2 - 81 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

2) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $9$  ในสมการ  $x^2 - 81 = 0$   
จะได้  $9^2 - 81 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

การหาคำตอบของสมการในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งอยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง อาจทำได้อีกวิธีหนึ่งโดยไม่ต้องแยกตัวประกอบ แต่ใช้สมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง ดังนี้

จากสมการ  $x^2 - 81 = 0$

จะได้  $x^2 = 81$

เนื่องจาก  $81 = 9^2$  หรือ  $81 = (-9)^2$

ดังนั้น  $x = 9$  หรือ  $x = -9$

และเมื่อนำค่าตัวแปรไปตรวจสอบคำตอบดังในตัวอย่างที่ 2

จะได้ว่า คำตอบของสมการ คือ  $9$  และ  $-9$ **ตัวอย่างที่ 3**จงแก้สมการ  $x^2 = 3x$ 

วิธีทำ

$$x^2 = 3x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

ดังนั้น  $x = 0$  หรือ  $x - 3 = 0$

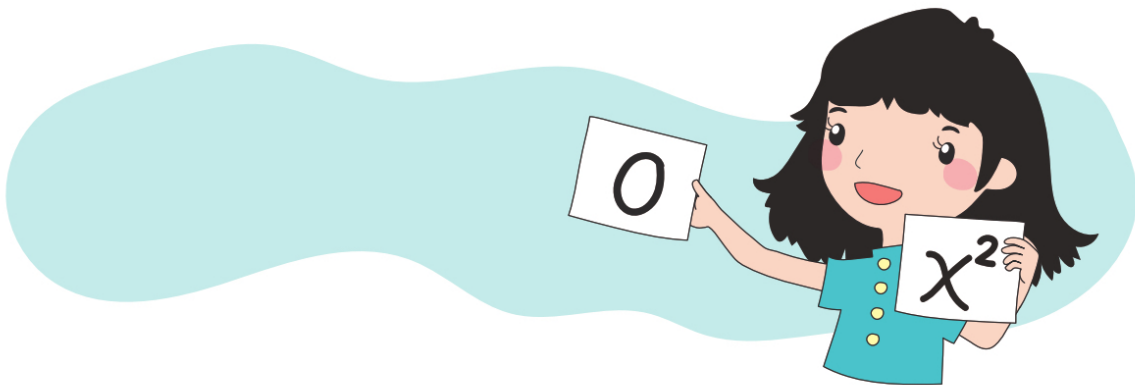
จะได้  $x = 0$  หรือ  $x = 3$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $0$  และ  $3$ 

ตรวจสอบ

1) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $0$  ในสมการ  $x^2 = 3x$   
จะได้  $0^2 = 3(0)$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

2) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $3$  ในสมการ  $x^2 = 3x$   
จะได้  $3^2 = 3(3)$   
 $9 = 9$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง





จากสมการ  $x^2 = 3x$  ในตัวอย่างที่ 3  
ทำไมข้างป็นถึงหาคำตอบได้เป็น 3  
เพียงคำตอบเดียวเองนะข้างสวย

ข้างป็นคิดยังไงจะ  
ลองอธิบายให้ข้างสวยฟังหน่อยสิ



ข้างป็นก็นำ  $x$  มาหารทั้งสองข้าง  
ของสมการก่อน แบบนี้ไงล่ะ

$$\begin{aligned}x^2 &= 3x \\ \frac{x^2}{x} &= \frac{3x}{x} \\ x &= 3\end{aligned}$$



วิธีการที่ข้างป็นทำนั้น ข้างป็นนำ  $x$  มาหารทั้งสองข้างของสมการ  
แสดงว่า ข้างป็นคิดว่า  $x$  ต้องไม่เท่ากับ 0 เพราะเราจะไม่ใช้ 0 เป็นตัวหาร  
แต่จริง ๆ แล้ว 0 เป็นคำตอบของสมการนี้ด้วยนะ ข้างป็นลองแทน  $x$  ด้วย 0 ในสมการดูสิ  
เพราะฉะนั้น ก่อนนำเอกนามไปหารทั้งสองข้างของสมการ จะต้องพิจารณาก่อนว่า  
เอกนามนี้เป็น 0 หรือไม่ ดังนั้น คำตอบของสมการนี้จึงเป็น 0 และ 3



### ชวนคิด 3.2

จงแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ โดยใช้การคิดในใจ

1.  $x^2 = 0$
2.  $y^2 = 4$
3.  $z^2 = -36$
4.  $m^2 - 49 = 0$
5.  $k^2 + 64 = 0$
6.  $x(x - 1) = 0$
7.  $(n + 3)n = 0$
8.  $(t + 10)^2 = 0$
9.  $(x - 7)^2 = 0$
10.  $(k + 8)(k + 2) = 0$
11.  $(y - 5)(y - 6) = 0$
12.  $(m + 12)(m - 9) = 0$

**ตัวอย่างที่ 4** จงแก้สมการ  $2x^2 - x - 10 = 0$

วิธีทำ  $2x^2 - x - 10 = 0$   
 $(x + 2)(2x - 5) = 0$   
 ดังนั้น  $x + 2 = 0$  หรือ  $2x - 5 = 0$   
 จะได้  $x = -2$  หรือ  $x = \frac{5}{2}$   
 ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $-2$  และ  $\frac{5}{2}$

ตรวจสอบ

- เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $-2$  ในสมการ  $2x^2 - x - 10 = 0$   
 จะได้  $2(-2)^2 - (-2) - 10 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง
- เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $\frac{5}{2}$  ในสมการ  $2x^2 - x - 10 = 0$   
 จะได้  $2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{5}{2} - 10 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

**ตัวอย่างที่ 5** จงแก้สมการ  $y^2 = \frac{1}{6}y + 2$

วิธีทำ  $y^2 = \frac{1}{6}y + 2$   
 $6y^2 = 6\left(\frac{1}{6}y + 2\right)$   
 $6y^2 = y + 12$   
 $6y^2 - y - 12 = 0$   
 $(3y + 4)(2y - 3) = 0$   
 ดังนั้น  $3y + 4 = 0$  หรือ  $2y - 3 = 0$   
 จะได้  $y = -\frac{4}{3}$  หรือ  $y = \frac{3}{2}$   
 ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $-\frac{4}{3}$  และ  $\frac{3}{2}$

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

ตรวจสอบ

- เมื่อแทน  $y$  ด้วย  $-\frac{4}{3}$  ในสมการ  $y^2 = \frac{1}{6}y + 2$   
 จะได้  $\left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{6}\left(-\frac{4}{3}\right) + 2$   
 $\frac{16}{9} = \frac{16}{9}$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง
- เมื่อแทน  $y$  ด้วย  $\frac{3}{2}$  ในสมการ  $y^2 = \frac{1}{6}y + 2$   
 จะได้  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{6}\left(\frac{3}{2}\right) + 2$   
 $\frac{9}{4} = \frac{9}{4}$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

**ตัวอย่างที่ 6** จงแก้สมการ  $-0.5z^2 + z - 0.5 = 0$

วิธีทำ  $-0.5z^2 + z - 0.5 = 0$   
 $-5z^2 + 10z - 5 = 0$   
 $z^2 - 2z + 1 = 0$   
 $(z - 1)(z - 1) = 0$   
 ดังนั้น  $z - 1 = 0$   
 จะได้  $z = 1$   
 ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 1

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

นำ -5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

ตรวจสอบ

- เมื่อแทน  $z$  ด้วย 1 ในสมการ  $-0.5z^2 + z - 0.5 = 0$   
 จะได้  $-0.5(1)^2 + 1 - 0.5 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง



## ชวนคิด 3.3

จงแก้สมการต่อไปนี้

1.  $(x - 1)^2 = (1 - x)^2$
2.  $x^2 - 1 = 1 - x^2$
3.  $(x - 1)^2 = (x + 1)^2$
4.  $x^2 - 1 = x^2 + 1$

**ตัวอย่างที่ 7** ให้ผลคูณของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งกับจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันเท่ากับ 156 จงหาจำนวนเต็มทั้งสองนั้น  
**วิธีทำ** ให้  $x$  แทนจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งที่มากกว่า

จะได้ว่า จำนวนเต็มที่น้อยกว่าและอยู่ติดกัน คือ  $x - 1$

เนื่องจากผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 156

$$\text{เขียนสมการได้เป็น} \quad x(x - 1) = 156$$

$$x^2 - x = 156$$

$$x^2 - x - 156 = 0$$

$$(x + 12)(x - 13) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x + 12 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 13 = 0$$

$$\text{จะได้} \quad x = -12 \quad \text{หรือ} \quad x = 13$$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนเต็ม ดังนั้น  $x$  จึงเป็นได้ทั้งจำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มบวก

ถ้าจำนวนที่มากกว่า คือ -12 จำนวนเต็มที่น้อยกว่าและอยู่ติดกัน คือ -13

ถ้าจำนวนที่มากกว่า คือ 13 จำนวนเต็มที่น้อยกว่าและอยู่ติดกัน คือ 12

ดังนั้น จำนวนเต็มทั้งสองนั้นมี 2 ชุด คือ -12 กับ -13 และ 13 กับ 12

## ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์

- 1) ถ้าให้ -12 เป็นจำนวนที่มากกว่า  
จำนวนเต็มลบที่อยู่ติดกัน คือ -13  
จะได้  $-12 \times (-13) = 156$  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
- 2) ถ้าให้ 13 เป็นจำนวนที่มากกว่า  
จำนวนเต็มบวกที่อยู่ติดกัน คือ 12  
จะได้  $13 \times 12 = 156$  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์



ข้าวกลองจ๊ะ ถ้าข้าวกหอมกำหนดให้  $x$  แทนจำนวนเต็มที่น้อยกว่า  
จะได้ว่า จำนวนเต็มที่มากกว่าและอยู่ติดกัน คือ  $x + 1$  ไข่มใหม่จ๊ะ



ไข่มใหม่จ๊ะ แต่ถ้าข้าวกหอมกำหนดแบบนั้น ก็จะได้สมการเป็น  
 $x(x + 1) = 156$  หรือ  $x^2 + x = 156$   
ซึ่งจะได้คำตอบเหมือนกับวิธีที่ทำในตัวอย่างเลยละ

### แบบฝึกหัด 3.2 ข

#### 1. จงแก้สมการต่อไปนี้

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $x^2 - 225 = 0$      | 2) $(y - 21)^2 = 0$     |
| 3) $(m + 12)^2 = 0$     | 4) $p^2 + 49 = 14p$     |
| 5) $z^2 + 4z = -4$      | 6) $x^2 - 3x - 10 = 0$  |
| 7) $y^2 + 5y + 6 = 0$   | 8) $-z^2 + 8z = 7$      |
| 9) $-n^2 = 3 - 4n$      | 10) $u^2 + 7u + 12 = 0$ |
| 11) $14 - 5m = m^2$     | 12) $x^2 = 5x$          |
| 13) $p^2 - 7p + 12 = 0$ | 14) $7n + 18 = n^2$     |
| 15) $w^2 = -6w$         | 16) $y^2 = 10y - 25$    |
| 17) $z^2 + z = 30$      | 18) $-m^2 - 15m = 36$   |
| 19) $p^2 = -8p - 16$    | 20) $t^2 - 100 = 21t$   |

#### 2. จงแก้สมการต่อไปนี้

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| 1) $2x^2 - 5x - 3 = 0$  | 2) $3m^2 + 2m - 8 = 0$ |
| 3) $3z^2 + 10z + 3 = 0$ | 4) $2x^2 + 7x - 4 = 0$ |
| 5) $6y^2 + 5y - 4 = 0$  | 6) $3r^2 - 5r + 2 = 0$ |
| 7) $2u^2 - 9u - 18 = 0$ | 8) $4s^2 = 10 - 3s$    |
| 9) $3n^2 - 2n = 5$      | 10) $3w^2 = 8 - 2w$    |
| 11) $(m - 3)^2 = 16$    | 12) $(t + 12)t = -32$  |

13)  $18p - 8 = -35p^2$

14)  $1.4z^2 + 3.1z = 1$

15)  $\frac{r^2}{9} = r + 4$

16)  $\frac{1}{2}y^2 = 7y - 12$

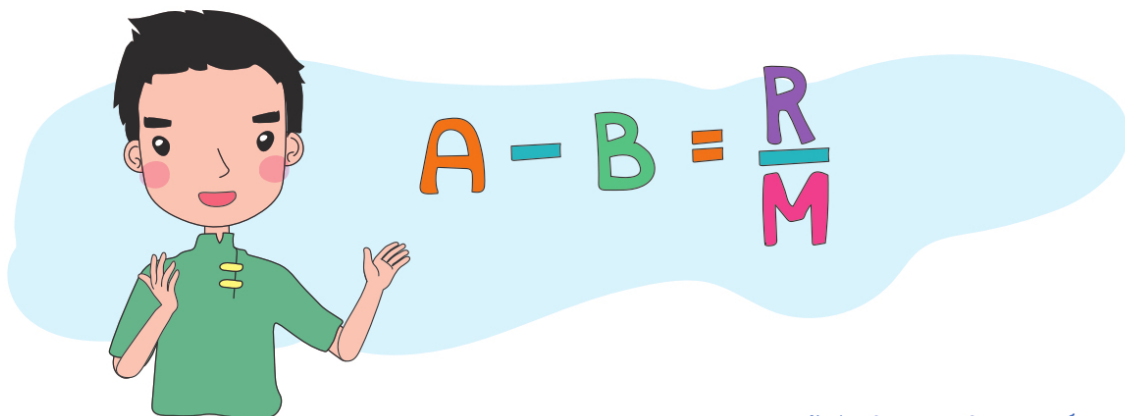
17)  $2w^2 - \frac{5}{3}w = 7$

18)  $(4n - 3)^2 = 49$

19)  $t^2 - 3t = 4t^2 - 36$

20)  $(2m - 3)^2 - (m + 2)^2 = 0$

3. ให้ผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 210 จงหาจำนวนเต็มทั้งสองนั้น
4. ให้ผลคูณของจำนวนคู่จำนวนหนึ่งกับจำนวนคู่อีกจำนวนหนึ่งที่อยู่ถัดไปเท่ากับ 840 จงหาจำนวนคู่สองจำนวนนั้น
5. ให้ผลคูณของจำนวนคี่บวกจำนวนหนึ่งกับจำนวนคี่บวกอีกจำนวนหนึ่งที่อยู่ถัดไปเป็น 675 จงหาจำนวนคี่บวกสองจำนวนนั้น
6. ให้ผลคูณของจำนวนจำนวนหนึ่งกับจำนวนที่น้อยกว่า 2 เท่าของจำนวนนั้นอยู่ 1 เท่ากับ 3 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น
7. ถ้าจำนวนจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งซึ่งน้อยกว่าจำนวนแรกอยู่ 13 คูณกัน แล้วผลคูณเท่ากับ -40 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น
8. ถ้าจำนวนสองจำนวนรวมกันเท่ากับ 22 และกำลังสองของแต่ละจำนวนรวมกันเท่ากับ 274 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น
9. ถ้าจำนวนสองจำนวนที่ต่างกันอยู่ 3 และผลบวกของกำลังสองของทั้งสองจำนวนเป็น 117 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น
10. ถ้า 40 เท่าของผลบวกของจำนวนคู่จำนวนหนึ่งกับจำนวนคู่อีกจำนวนหนึ่งที่อยู่ถัดไป เท่ากับ 9 เท่าของผลคูณของทั้งสองจำนวน จงหาจำนวนคู่สองจำนวนนั้น





## กิจกรรม : ล้อมวง หาคำตอบ

จงหาพหุนามจากตารางปริศนาด้านล่าง ที่เมื่อนำมาสร้างเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวแล้ว จะทำให้สมการดังกล่าวมี 2 คำตอบ โดยให้ขีดเส้นล้อมรอบพหุนามดังกล่าว แล้วนำมาเติมลงในช่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” พร้อมทั้งแก้สมการนั้น แล้วเติมคำตอบลงในช่อง “คำตอบของสมการ” ให้ได้อย่างน้อย 5 สมการ

55	+	$x^2$	-	6x	+	9	-	8x	+	$x^2$
+	-	+	+	-	+	-	+	-	+	-
16x	+	20	+	14x	-	$x^2$	-	5x	-	36
-	-	-	+	-	+	-	+	+	-	-
$2x^2$	-	12x	-	$x^2$	+	6	-	$3x^2$	+	39
+	+	+	+	-	-	+	+	-	+	-
5x	+	1	-	$2x^2$	+	100	-	45	-	$x^2$
+	-	+	-	+	-	+	+	+	-	-
$x^2$	+	100	+	2x	+	1	-	14x	+	20x
-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	+
400	-	$x^2$	-	4	-	3x	+	$x^2$	-	64

สมการที่	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	คำตอบของสมการ
ตัวอย่าง	$2x^2 + 6x - 20 = 0$	-5 และ 2
1	$= 0$	
2	$= 0$	
3	$= 0$	
4	$= 0$	
5	$= 0$	

## การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

ในการหาคำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  นั้น บางครั้งไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนาม  $ax^2 + bx + c$  ได้โดยง่าย ในกรณีเช่นนี้ เราอาจใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบของพหุนามนั้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 8** จงแก้สมการ  $x^2 + 4x - 1 = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - 1 = 0$$

$$[x^2 + 2(x)(2) + 2^2 - 2^2] - 1 = 0$$

$$[x^2 + 2(x)(2) + 2^2] - 2^2 - 1 = 0$$

$$(x + 2)^2 - 4 - 1 = 0$$

$$(x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$$

$$[(x + 2) + \sqrt{5}][(x + 2) - \sqrt{5}] = 0$$

$$(x + 2 + \sqrt{5})(x + 2 - \sqrt{5}) = 0$$

ดังนั้น  $x + 2 + \sqrt{5} = 0$  หรือ  $x + 2 - \sqrt{5} = 0$

จะได้  $x = -2 - \sqrt{5}$  หรือ  $x = -2 + \sqrt{5}$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $-2 - \sqrt{5}$  และ  $-2 + \sqrt{5}$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

จะเห็นว่า ไม่สามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวน ที่คูณกันได้  $-1$  และบวกกันได้  $4$  จึงไม่สามารถแยกตัวประกอบของ  $x^2 + 4x - 1$  ได้โดยง่าย

บวก  $2^2$  เข้าไป เพื่อจัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ แต่ก็ต้องลบออกด้วย  $2^2$  เพื่อให้สมการคงเดิม

## ตรวจสอบ

1) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $-2 - \sqrt{5}$  ในสมการ  $x^2 + 4x - 1 = 0$

$$\text{จะได้ } (-2 - \sqrt{5})^2 + 4(-2 - \sqrt{5}) - 1 = 0$$

$$4 + 4\sqrt{5} + 5 - 8 - 4\sqrt{5} - 1 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2) เมื่อแทน  $x$  ด้วย  $-2 + \sqrt{5}$  ในสมการ  $x^2 + 4x - 1 = 0$

$$\text{จะได้ } (-2 + \sqrt{5})^2 + 4(-2 + \sqrt{5}) - 1 = 0$$

$$4 - 4\sqrt{5} + 5 - 8 + 4\sqrt{5} - 1 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง}$$



**ตัวอย่างที่ 9** จงแก้สมการ  $x^2 + 2x + 2 = 0$

วิธีทำ  $x^2 + 2x + 2 = 0$

$$[x^2 + 2(x)(1) + 1^2] - 1^2 + 2 = 0$$

$$(x + 1)^2 - 1 + 2 = 0$$

$$(x + 1)^2 + 1 = 0$$

เนื่องจาก  $(x + 1)^2 \geq 0$  สำหรับทุกค่าของ  $x$

จะได้  $(x + 1)^2 + 1 > 0$  สำหรับทุกค่าของ  $x$  ด้วย

แสดงว่าไม่มีจำนวนจริงใดที่แทน  $x$  ในสมการ  $(x + 1)^2 + 1 = 0$  แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

จากการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างของกำลังสองที่ผ่านมา เราสามารถนำความรู้ดังกล่าวมาใช้สร้างสูตรในการหาคำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  ได้ดังนี้

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left[ x^2 + 2(x)\left(\frac{b}{2a}\right) + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \right] - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0 \quad \text{①}$$

นำ  $a$  มาหารทั้งสองข้างของสมการ

เนื่องจาก  $b^2 - 4ac$  เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น  $b^2 - 4ac \geq 0$  หรือ  $b^2 - 4ac < 0$

### ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

จะได้  $\sqrt{b^2 - 4ac}$  เป็นจำนวนจริง และ  $(\sqrt{b^2 - 4ac})^2 = b^2 - 4ac$

จากสมการ ① จะได้

$$\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 = 0$$

$$\left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right] \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right] = 0$$

ดังนั้น  $\left( x + \frac{b}{2a} \right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$  หรือ  $\left( x + \frac{b}{2a} \right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$

จะได้  $x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  หรือ  $x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  หรือ  $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

เมื่อนำค่า  $x$  ไปตรวจสอบกับสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  จะได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  และ  $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

อาจเขียนเป็นสูตรเพื่อหาคำตอบของสมการได้เป็น  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### 123 | มุมคณิต

ในทางคณิตศาสตร์ อาจใช้สัญลักษณ์  $\pm a$  แทน  $a$  และ  $-a$  เช่น  $\pm 9$  หมายถึง 9 และ  $-9$

### ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

จากสมการ ① จะได้

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{————— ②}$$

เนื่องจาก  $b^2 - 4ac < 0$  และ  $4a^2 > 0$  สำหรับทุกค่าของ  $a$  เมื่อ  $a \neq 0$

ดังนั้น  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$

นั่นคือ  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$  เป็นจำนวนจริงลบ

เนื่องจาก  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$  จะต้องเป็นจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดที่นำมาแทน  $x$  ในสมการ ② แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

นั่นคือ สมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  จะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

เราได้ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เป็นดังนี้

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$

❖ ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

❖ ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

**ตัวอย่างที่ 10** จงแก้สมการ  $5x^2 + 2x - 3 = 0$

**วิธีทำ** จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า  $a = 5$ ,  $b = 2$  และ  $c = -3$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad b^2 - 4ac &= 2^2 - 4(5)(-3) \\ &= 64 \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{aligned}$$

$$\text{จากสูตร} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad x &= \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2(5)} \\ &= \frac{-2 \pm 8}{10} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้} \quad x = \frac{-2 + 8}{10} = \frac{3}{5} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-2 - 8}{10} = -1$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $\frac{3}{5}$  และ  $-1$

เนื่องจาก  $b^2 - 4ac > 0$   
ทำให้สมการ  $5x^2 + 2x - 3 = 0$   
มีคำตอบเป็นจำนวนจริง

**ตัวอย่างที่ 11** จงแก้สมการ  $16y^2 + 24y + 9 = 0$

**วิธีทำ** จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า  $a = 16$ ,  $b = 24$  และ  $c = 9$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad b^2 - 4ac &= 24^2 - 4(16)(9) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{จากสูตร} \quad y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \circ \quad \circ \quad \circ$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad y &= \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{2(16)} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $-\frac{3}{4}$

สมการนี้ มี  $y$  เป็นตัวแปร

**ตัวอย่างที่ 12** จงแก้สมการ  $z^2 = 4z - 13$

**วิธีทำ** จากโจทย์จะได้  $z^2 - 4z + 13 = 0$

จะเห็นว่า  $a = 1$ ,  $b = -4$  และ  $c = 13$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad b^2 - 4ac &= (-4)^2 - 4(1)(13) \\ &= -36 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $b^2 - 4ac < 0$

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



**ตัวอย่างที่ 13** จงแก้สมการ  $y^2 - 10y + 10 = 0$

**วิธีทำ** จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า  $a = 1$ ,  $b = -10$  และ  $c = 10$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad b^2 - 4ac &= (-10)^2 - 4(1)(10) \\ &= 60 \end{aligned}$$

$$\text{จากสูตร} \quad y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad y &= \frac{10 \pm \sqrt{60}}{2(1)} \\ &= \frac{10 \pm 2\sqrt{15}}{2} \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ &= 5 \pm \sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้} \quad y = 5 + \sqrt{15} \quad \text{หรือ} \quad y = 5 - \sqrt{15}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ  $5 + \sqrt{15}$  และ  $5 - \sqrt{15}$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \sqrt{mn} &= \sqrt{m} \cdot \sqrt{n} \\ \text{จะได้} \quad \sqrt{60} &= \sqrt{4 \times 15} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} \\ &= 2\sqrt{15} \end{aligned}$$



- จากตัวอย่างที่ 10 ถึงตัวอย่างที่ 13 ชาวกลองสังเกตเห็นว่า
1. ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  สมการจะมี 2 คำตอบ
  2. ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  สมการจะมี 1 คำตอบ
  3. ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  จะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ ชาวสวเห็นด้วยกับชาวกลองไหมจะ

เห็นด้วยจะ ในกรณีนี้ที่  $b^2 - 4ac < 0$  เรารู้มาก่อนแล้วว่าไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ แต่สำหรับข้อสังเกต 2 ข้อแรก เราจะรู้ได้อย่างไรละ ว่าข้อสรุปจะเป็นเช่นนั้นเสมอไป



ไม่อยากเลยจะ ชาวสว เพราะเรารู้มาแล้วว่า ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$  แล้วสมการจะมีคำตอบ คือ  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  นั่นคือ ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  ก็จะได้คำตอบเป็น  $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  และ  $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ซึ่งมี 2 คำตอบ แต่ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  ก็จะได้คำตอบเป็น  $\frac{-b}{2a}$  เพียงคำตอบเดียวไฉฉะจะ



อ้อ... จริงด้วยสิ ชาวกลองนี่เก่งจังเลย





### ชวนคิด 3.4

จงหาค่า  $k$  ที่ทำให้สมการต่อไปนี้  
มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

1.  $9x^2 + kx + 4 = 0$
2.  $kx^2 + 8x + 1 = 0$
3.  $16x^2 - 40x + k = 0$
4.  $x^2 + (k + 6)x + 8k = 0$



### แบบฝึกหัด 3.2 ค

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างของกำลังสอง

- |                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $x^2 + 26x + 165 = 0$ | 2) $y^2 - 98y + 2,376 = 0$ |
| 3) $z^2 + 756 = 60z$     | 4) $400 + 50x = -x^2$      |
| 5) $4y^2 - 3 = 8y + 9$   | 6) $9z^2 + 6z - 8 = 0$     |

2. จงแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ โดยการใช้สูตร

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1) $x^2 - 12x + 11 = 0$                 | 2) $y^2 - 3y - 10 = 0$                |
| 3) $z^2 + 4z + 1 = 0$                   | 4) $3x^2 - 2x = -2$                   |
| 5) $2x^2 = 3x + 14$                     | 6) $10z^2 = 17z - 3$                  |
| 7) $14y = 1 + 49y^2$                    | 8) $2x(x - 3) = 4(10 - x)$            |
| 9) $\left(2z + \frac{1}{2}\right)z = z$ | 10) $y^2 + 3 = 1\frac{1}{2}y$         |
| 11) $2x^2 - 8x + 3 = 0$                 | 12) $3z^2 + 7z - 1 = 0$               |
| 13) $4y^2 - 4y - 35 = 0$                | 14) $16x^2 - 8x + 1 = 0$              |
| 15) $21z^2 + 9z + 100 = 0$              | 16) $4y^2 + 68y + 289 = 0$            |
| 17) $\frac{1}{2}(2x - 5)^2 = 2(10 - x)$ | 18) $-\frac{17}{3}(z^2 - 1) = 8z - 1$ |
| 19) $2y + (y - 2)^2 = 1$                | 20) $x(3 + 5x) = 20 - 7x$             |



### ชวนคิด 3.5

กำหนดสมการกำลังสองตัวแปรเดียว  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  จงหา

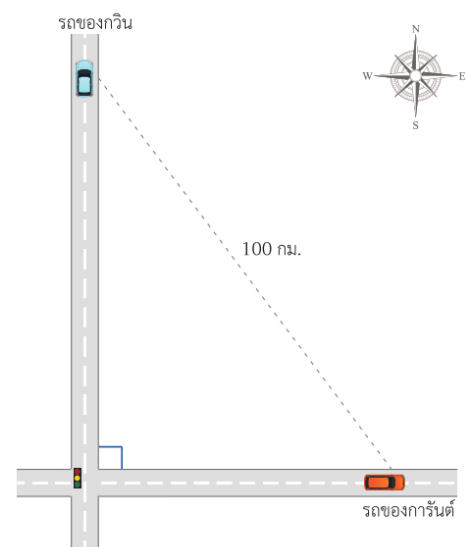
1. ผลบวกของคำตอบของสมการ
2. ผลคูณของคำตอบของสมการ

## 3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีประโยชน์ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** การันต์และกวินขับรถมาพบกันที่ทางแยกแห่งหนึ่ง จากนั้น การันต์ขับรถต่อไปทางทิศตะวันออก ในขณะที่กวินขับรถไปทางทิศเหนือ เมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง กวินขับรถได้ระยะทางมากกว่าการันต์ 20 กิโลเมตร และทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร ดังรูป จงหาว่าในเวลานั้นการันต์และกวินอยู่ห่างจากทางแยกกี่กิโลเมตร

**วิธีทำ** ให้การันต์ขับรถได้ระยะทาง  $x$  กิโลเมตร  
 จะได้ว่า กวินขับรถได้ระยะทาง  $x + 20$  กิโลเมตร  
 และเนื่องจากทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร  
 โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
 จะได้สมการเป็น  $x^2 + (x + 20)^2 = 100^2$   
 $x^2 + (x^2 + 40x + 400) = 10,000$   
 $2x^2 + 40x - 9,600 = 0$   
 $x^2 + 20x - 4,800 = 0$   
 $(x - 60)(x + 80) = 0$   
 ดังนั้น  $x - 60 = 0$  หรือ  $x + 80 = 0$   
 จะได้  $x = 60$  หรือ  $x = -80$



เนื่องจาก  $x$  แทนระยะทาง ซึ่งต้องเป็นจำนวนจริงบวก  
 ดังนั้น จึงใช้เฉพาะ  $x = 60$   
 ถ้าการันต์ขับรถได้ระยะทาง 60 กิโลเมตร  
 จะได้ว่า กวินขับรถได้ระยะทาง  $60 + 20 = 80$  กิโลเมตร  
 นั่นคือ การันต์อยู่ห่างจากทางแยก 60 กิโลเมตร  
 และ กวินอยู่ห่างจากทางแยก 80 กิโลเมตร

**ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์**

ถ้าการันต์ขับรถได้ระยะทาง 60 กิโลเมตร  
 และกวินขับรถได้ระยะทาง 80 กิโลเมตร  
 จะได้  $60^2 + 80^2 = 3,600 + 6,400$   
 $= 10,000$   
 $= 100^2$

ดังนั้น การันต์และกวินอยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

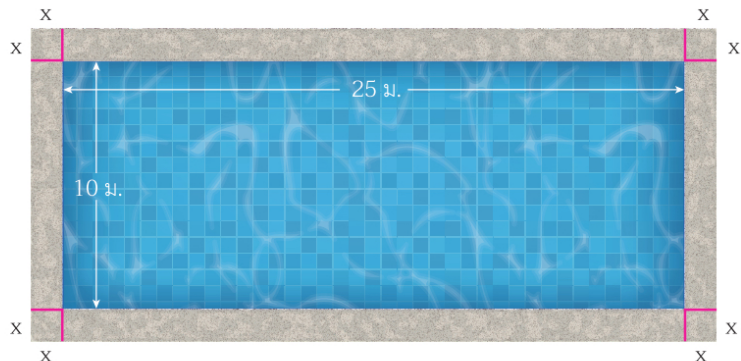
**เกร็ดน่ารู้**

กรวดล้าง คือก้อนกรวดกลมมน พบได้ในแม่น้ำหรือทะเล มีหลากหลายสี เช่น น้ำตาลนวล เหลืองเข้ม เหลืองอ่อน ขาว เทา หรือ ดำ

เนื่องจากกรวดล้างมีความทนทาน และมีผิวสัมผัสที่หยาบ จึงนิยมนำมาผสมกับปูนซีเมนต์ขาวเพื่อปูพื้น ซึ่งจะช่วยให้เพิ่มความแข็งแรงทนทาน และป้องกันการลื่นได้ดี

**ตัวอย่างที่ 2** หมู่บ้านเบญจาต้องการสร้างสระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดกว้าง 10 เมตร ยาว 25 เมตร โดยให้ขอบสระว่ายน้ำ ซึ่งจะปูด้วยกรวดล้าง มีความกว้างเท่ากันโดยตลอด ถ้าบริเวณที่จะสร้างสระว่ายน้ำรวมขอบสระนี้มีพื้นที่ 286 ตารางเมตร จงหาว่า ขอบสระว่ายน้ำนี้กว้างเท่าไร

**วิธีทำ** จากโจทย์ สามารถวาดแบบจำลองของสระว่ายน้ำ และขอบสระว่ายน้ำ ได้ดังรูป



ให้ขอบสระว่ายน้ำกว้าง	$x$	เมตร
จะได้ ความกว้างของสระว่ายน้ำรวมขอบสระเป็น	$10 + 2x$	เมตร
ความยาวของสระว่ายน้ำรวมขอบสระเป็น	$25 + 2x$	เมตร
เนื่องจาก สระว่ายน้ำรวมขอบสระมีพื้นที่	286	ตารางเมตร
จะได้สมการเป็น	$(10 + 2x)(25 + 2x) = 286$	
	$(5 + x)(25 + 2x) = 143$	
	$125 + 35x + 2x^2 = 143$	
	$2x^2 + 35x - 18 = 0$	

จากสมการข้างต้น จะเห็นว่า  $a = 2$ ,  $b = 35$  และ  $c = -18$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad b^2 - 4ac &= 35^2 - 4(2)(-18) \\ &= 1,369 \end{aligned}$$

$$\text{จากสูตร} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad x &= \frac{-35 \pm \sqrt{1,369}}{2(2)} \\ &= \frac{-35 \pm 37}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้น  $x = 0.5$  หรือ  $x = -18$

เนื่องจาก  $x$  แทนความกว้างของขอบสระว่ายน้ำ  
ซึ่งต้องเป็นจำนวนจริงบวก

ดังนั้น จึงใช้เฉพาะ  $x = 0.5$

นั่นคือ ขอบสระว่ายน้ำกว้าง 0.5 เมตร

#### ตรวจสอบกับเงื่อนไขโจทย์

ถ้าขอบสระว่ายน้ำกว้าง 0.5 เมตร จะได้

ความกว้างของสระว่ายน้ำรวมขอบสระเป็น

$$10 + 2(0.5) = 11 \text{ เมตร}$$

ความยาวของสระว่ายน้ำรวมขอบสระเป็น

$$25 + 2(0.5) = 26 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น สระว่ายน้ำรวมขอบสระมีพื้นที่

$$11 \times 26 = 286 \text{ ตารางเมตร}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์



ข้าวสวยจะ จากการแก้สมการในตัวอย่างที่ 2 ข้าวหอมลองคิด  
แบบใช้การแยกตัวประกอบก็ได้คำตอบออกมาเหมือนกันเลย แบบนี้ไงล่ะ

$$\begin{aligned} 2x^2 + 35x - 18 &= 0 \\ (2x - 1)(x + 18) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 0 \quad \text{หรือ} \quad x + 18 = 0 \\ x &= \frac{1}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = -18 \end{aligned}$$

วิธีที่ข้าวหอมคิดมาก็ถูกต้องนะ

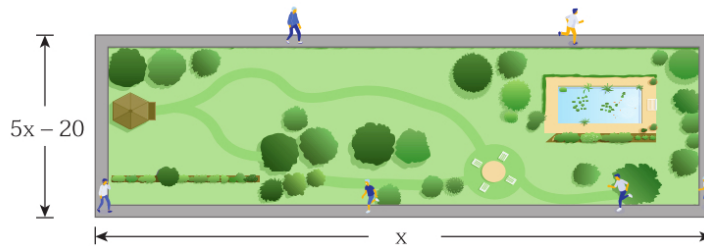
จริง ๆ แล้ว เราจะใช้วิธีไหนในการแก้ปัญหาก็ได้ทั้งนั้นล่ะจะ





**ตัวอย่างที่ 3** สวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ประมาณ 5 ตารางกิโลเมตร และมีด้านกว้าง ยาวน้อยกว่า 5 เท่าของด้านยาวอยู่ประมาณ 20 กิโลเมตร สวนสาธารณะแห่งนี้มีเส้นทางวิ่งโดยรอบ เพื่อให้ประชาชนในบริเวณ ใกล้เคียงได้ออกกำลังกาย ถ้าอานนท์วิ่งไปตามทางวิ่งในสวนสาธารณะแห่งนี้ 1 รอบ เขาจะวิ่งได้ระยะทางประมาณกี่กิโลเมตร

**วิธีทำ** จากโจทย์ สามารถวาดแบบจำลองของทางวิ่งโดยรอบสวนสาธารณะ ได้ดังรูป



ถ้าให้สวนสาธารณะยาว  $x$  กิโลเมตร  
 จะได้ ด้านกว้างของสวนสาธารณะยาว  $5x - 20$  กิโลเมตร  
 เนื่องจาก สวนสาธารณะมีพื้นที่ 5 ตารางกิโลเมตร  
 จะได้สมการเป็น  $x(5x - 20) = 5$   
 $5x^2 - 20x = 5$   
 $5x^2 - 20x - 5 = 0$   
 $x^2 - 4x - 1 = 0$

จากสมการข้างต้น จะเห็นว่า  $a = 1$ ,  $b = -4$  และ  $c = -1$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } b^2 - 4ac &= (-4)^2 - 4(1)(-1) \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\text{จากสูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{20}}{2(1)} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \\ &= 2 \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } x &= 2 + \sqrt{5} \quad \text{หรือ} \quad x = 2 - \sqrt{5} \\ x &\approx 4.24 \quad \text{หรือ} \quad x \approx -0.24 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $x$  แทนความยาวของสวนสาธารณะ  
 ซึ่งต้องเป็นจำนวนจริงบวก

ดังนั้น จึงใช้เฉพาะ  $x \approx 4.24$

จะได้ว่า สวนสาธารณะกว้างประมาณ  $5(4.24) - 20 = 1.2$  กิโลเมตร

นั่นคือ ถ้าอานนท์วิ่งไปตามทางวิ่งที่อยู่โดยรอบสวนสาธารณะแห่งนี้ 1 รอบ เขาจะวิ่งได้ระยะทางประมาณ

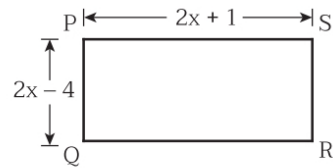
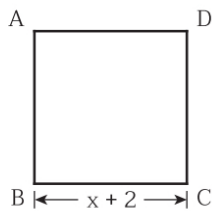
$$2(4.24 + 1.2) = 10.88 \text{ กิโลเมตร}$$

#### ตรวจสอบกับเงื่อนไขโจทย์

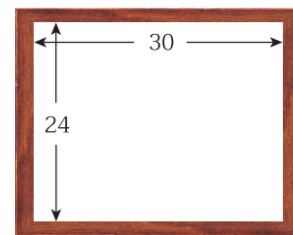
ถ้าสวนสาธารณะยาว 4.24 กม. และกว้าง 1.2 กม.  
 จะได้  $5(4.24) - 1.2 = 20$  กม.  
 และสวนสาธารณะมีพื้นที่  $4.24 \times 1.2 \approx 5$  ตร.กม.  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์

## แบบฝึกหัด 3.3

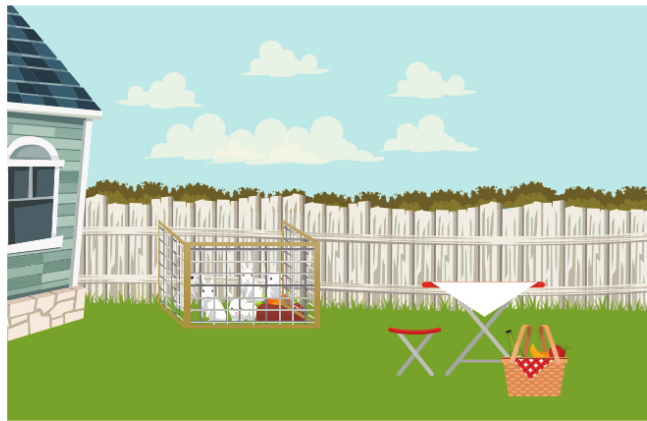
- รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านยาวยาวกว่า 3 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 นิ้ว และมีพื้นที่ 138 ตารางนิ้ว จงหาความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้
- $\triangle RST$  มีพื้นที่ 52 ตารางเซนติเมตร มีความสูงน้อยกว่าสองเท่าของความยาวของฐาน  $ST$  อยู่ 3 เซนติเมตร จงหาความยาวของฐาน  $ST$
- กำหนดรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ที่มี  $\widehat{A}$  เป็นมุมฉาก  $\overline{AB}$  ยาวกว่า  $\overline{BC}$  อยู่ 7 เซนติเมตร และ  $\overline{AC}$  ยาวกว่า  $\overline{AB}$  อยู่ 1 เซนติเมตร จงหาความยาวของ  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  และ  $\overline{AC}$
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $ABCD$  และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก  $PQRS$  มีพื้นที่เท่ากันและมีขนาด ดังรูป จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูป



- ถังน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่งมีพื้นที่ก้นถังเป็น 120 ตารางนิ้ว ความยาวรอบปากถังภายในยาว 46 นิ้ว ถังใบนี้จุน้ำได้ 720 ลูกบาศก์นิ้ว จงหาขนาดภายในของถังใบนี้
- กรอบรูปไม้สักสำหรับใส่รูปขนาด  $24 \times 30$  ตารางนิ้ว มีพื้นที่โดยรอบของส่วนที่เป็นไม้สักด้านหน้าของกรอบรูปเท่ากับ 496 ตารางนิ้ว จงหาว่าไม้ที่ทำกรอบรูปกว้างเท่าไร



7. พริกหอมต้องการสร้างกรงกระต่ายให้มีเนื้อที่ 55 ตารางเมตร ติดกับรั้วบ้าน ดังรูป ถ้าความยาวของด้านทั้งสามของกรงกระต่ายรวมกันเป็น 21 เมตร จงหาความกว้างและความยาวของกรงกระต่ายนี้



### เกร็ดน่ารู้





มะยงชิดเป็นผลไม้เลื่องชื่อของจังหวัดนครนายก มีรสหวานอมเปรี้ยว เนื่องจากรสชาติของมะยงชิดและความนิยมของผู้บริโภค ทำให้มะยงชิดมีราคาค่อนข้างสูง ในปัจจุบันเกษตรกรจึงนิยมปลูกมะยงชิดกันอย่างแพร่หลาย

8. กำนันชายปลูกต้นมะยงชิดเรียงเป็นแถวไว้ในสวน 2,000 ต้น โดยที่แต่ละแถวมีจำนวนต้นมะยงชิดเท่ากัน ถ้าจำนวนต้นมะยงชิดในแต่ละแถวน้อยกว่าจำนวนแถวอยู่ 10 จงหาว่า กำนันชายปลูกต้นมะยงชิดไว้กี่แถว และแถวละกี่ต้น





## ตรวจสอบความเข้าใจ

รายการ	 สบายมาก	 ขอทบทวนอีกนิด
1. รูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว		
2. การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว		
1) โดยวิธีแยกตัวประกอบ		
2) โดยการใช้สูตร		
3. การประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา		



## สรุปท้ายบท

- ❖ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปเป็น  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$
- ❖ การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเป็นการหาคำตอบทั้งหมดของสมการนั้น ๆ ซึ่งสามารถทำได้โดยวิธีแยกตัวประกอบ และการใช้สูตร
- ❖ คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  เป็นดังนี้
  - ◆ ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร
 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
  - ◆ ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ คือ  $-\frac{b}{2a}$
  - ◆ ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



## กิจกรรมท้ายบท : โดมิโนสมการกำลังสอง

### อุปกรณ์

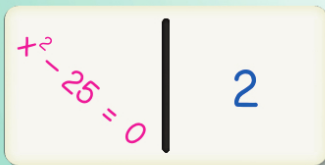
- ♣ บัตรโดมิโน 30 ชิ้น/กลุ่ม (นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องตัดแผ่นบัตรโดมิโน 1 แผ่น ออกมาเป็นบัตรโดมิโน 30 ชิ้น เพื่อใช้เป็นตัวเล่น)



ตัวอย่างบัตรโดมิโน

### ขั้นตอนการทำกิจกรรม

- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จากนั้น แบ่งผู้เล่นในกลุ่มออกเป็น 2 ฝ่าย และตกลงกันว่า ฝ่ายใดจะเริ่มเล่นก่อน
- แจกบัตรโดมิโนให้กับผู้เล่นแต่ละฝ่าย ฝ่ายละ 10 ชิ้น บัตรที่เหลือแยกวางไว้ แล้วให้นักเรียนเล่นเกมตามกติกาต่อไปนี้
  - ฝ่ายที่เริ่มเล่นก่อน วางบัตรโดมิโน 1 ชิ้น อีกฝ่ายหนึ่งนำบัตรโดมิโนของตนเองมาวางต่อข้างใดข้างหนึ่ง ครั้งละ 1 ชิ้น โดยมีเงื่อนไขดังนี้
    - ♦ ใช้ฝั่งตัวเลขต่อกับฝั่งสมการ ซึ่งตัวเลขที่นำมาต่อนั้นจะต้องแทนจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการนั้น
    - ♦ ใช้ฝั่งสมการต่อกับฝั่งตัวเลขที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการนั้น เช่น



บัตรโดมิโนที่สามารถนำมาต่อทางซ้ายของบัตรนี้ คือ บัตรที่มีฝั่งตัวเลขเป็น -5 หรือ 5

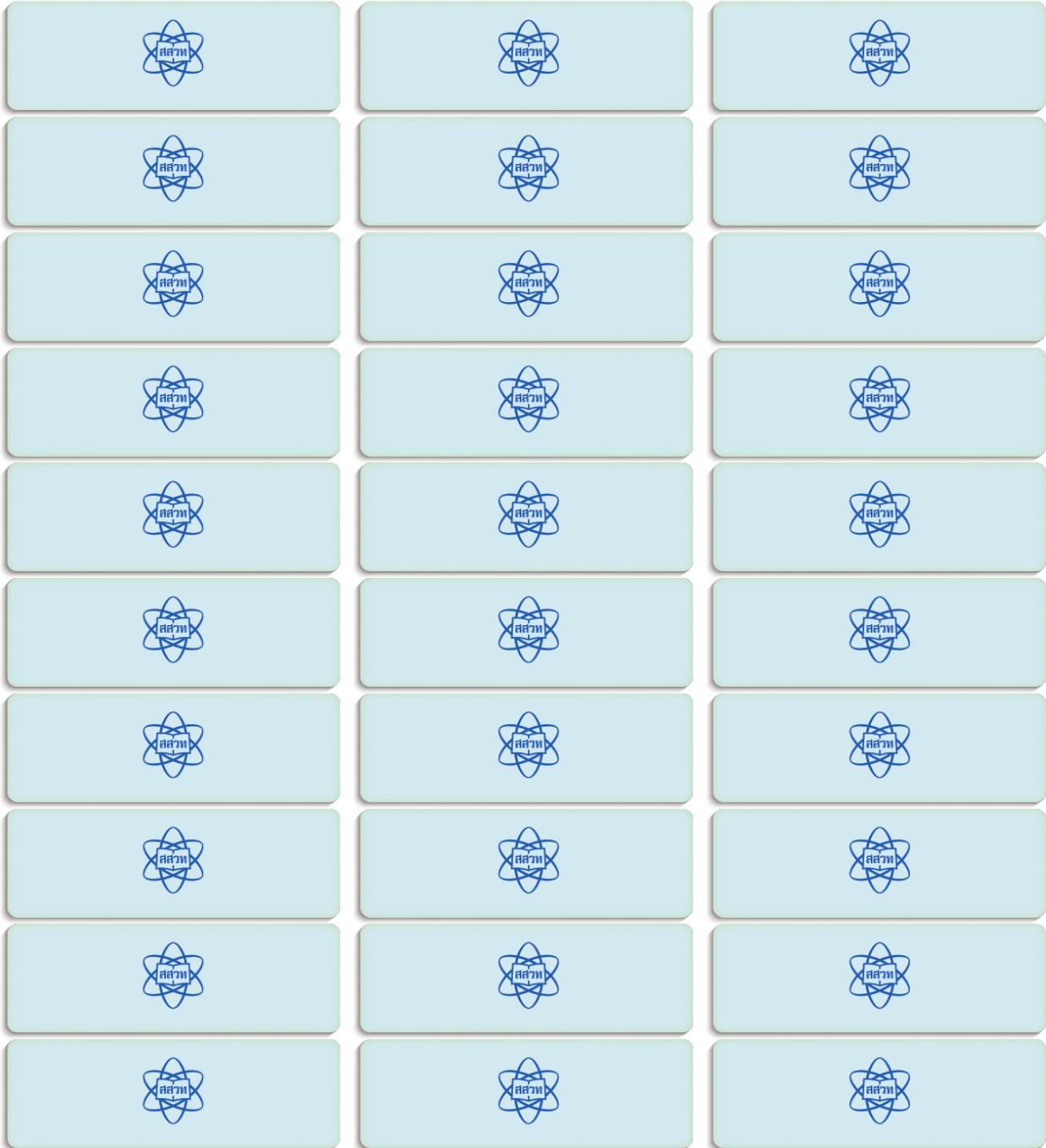
บัตรโดมิโนที่สามารถนำมาต่อทางขวาของบัตรนี้ คือ บัตรที่มีฝั่งสมการที่มีคำตอบเป็น 2 เช่น  $x^2 - 4x + 4 = 0$  หรือ  $x^2 = 4$

- ผู้เล่นฝ่ายที่ไม่สามารถวางบัตรโดมิโนต่อได้ ให้หยิบบัตรโดมิโนที่เหลือจากการแจกขึ้นมาเก็บไว้ 1 ใบ และข้ามตานั่นไป ให้ผู้เล่นอีกฝ่ายหนึ่งเล่นต่อ
- ผู้เล่นฝ่ายที่บัตรโดมิโนหมดก่อน เป็นผู้ชนะ แต่หากว่าบัตรโดมิโนที่เหลือจากการแจกหมดลง และทั้งสองฝ่ายไม่สามารถวางบัตรโดมิโนต่อได้ ฝ่ายใดที่มีจำนวนบัตรโดมิโนน้อยกว่าเป็นผู้ชนะ แต่หากเหลือบัตรโดมิโนเท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์ของฝั่งตัวเลขของบัตรที่เหลือแต่ละใบมารวมกันเป็นคะแนน สำหรับบัตรที่ฝั่งตัวเลขมีข้อความ “ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ” ให้ถือว่าคะแนนเป็น 0 ฝ่ายใดที่มีผลรวมของคะแนนน้อยกว่า เป็นผู้ชนะ

## แผ่นบัตรโดมิโน

$x^2 - 144 = 0$	ไม่มีจำนวนจริงใด เป็นคำตอบ	$x^2 = -100$	0	$2x^2 + 22x - 52 = 0$	9
$x^2 - x = 2$	-13	$x^2 - 1 = 0$	5	$x^2 - 18 = 2x^2 + 1$	-3
$3x^2 - 12x = 96$	-1	$5x^2 = 10x + 75$	ไม่มีจำนวนจริงใด เป็นคำตอบ	$x^2 + 24x + 144 = 0$	2
$x^2 + 25 = 0$	20	$2x^2 + 4x = 6$	-10	$x^2 + 6x = 91$	ไม่มีจำนวนจริงใด เป็นคำตอบ
$x^2 = 20x - 100$	-4	$x^2 - 4x = 12$	-8	$x^2 + 7x - 60 = 0$	7
$4x^2 + 32x + 64 = 0$	15	$x^2 = 40x - 400$	1	$2x^2 - 18x = 0$	10
$3x^2 + 21x - 24 = 0$	-12	$3x^2 + 12x + 9 = 0$	-20	$x^2 - 1 = 4x^2 + 1$	8
$49 + x^2 = 0$	6	$x^2 = 6x + 40$	12	$x^2 = 400$	3
$x^2 + 56 = 15x$	-2	$3x^2 + 4 = x^2 + 22$	-15	$x^2 + x = 56$	-4
$x^2 - 225 = 0$	0	$5x^2 - 15x = 0$	ไม่มีจำนวนจริงใด เป็นคำตอบ	$2x^2 + 18x - 20 = 0$	-12







## แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้

1)  $x^2 + 21x = -110$

3)  $y(y - 9) = 36$

5)  $x^2 + 5x = 0$

7)  $x(x + 5) = 2x$

9)  $3y(5y - 1) = 4(10 - 2y)$

2)  $-35 = 2y - y^2$

4)  $2 + 8x^2 + 8x = 0$

6)  $-3y^2 = 48y + 144$

8)  $3y^2 + 19y + 225 = 29 - 9y + 2y^2$

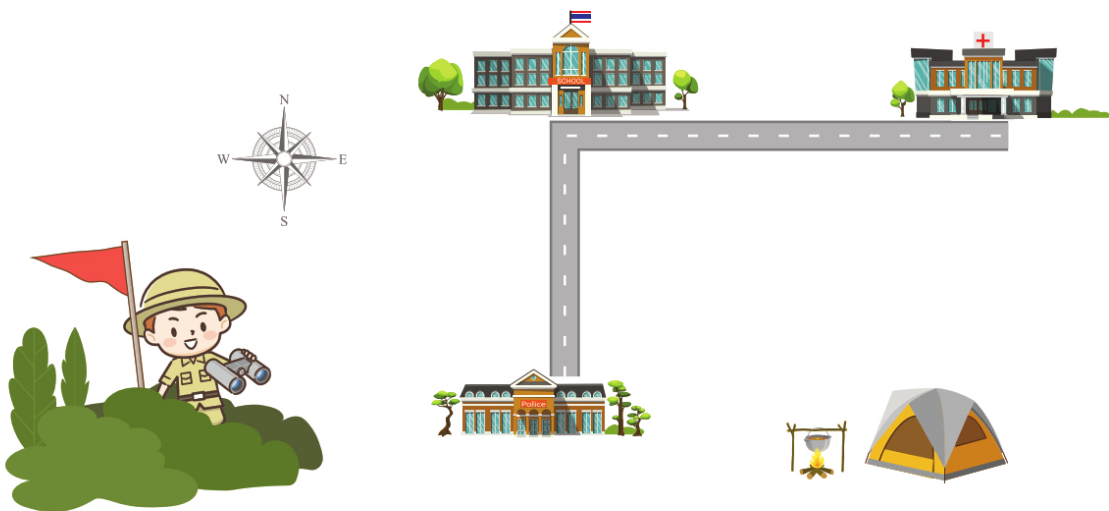
10)  $(2x + 1)^2 = (2 - x)^2$

2. โฟกัสมีอายุมากกว่าโฟโต้ อยู่ 4 ปี ถ้ากำลังสองของผลรวมของอายุของทั้งสองคนเท่ากับ 256 อยากทราบว่า โฟโต้มีอายุเท่าไร

3. พื้นห้องเรียนห้องหนึ่ง มีพื้นที่ 180 ตารางเมตร และมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 3 เมตร ห้องเรียนนี้กว้างและยาวกี่เมตร

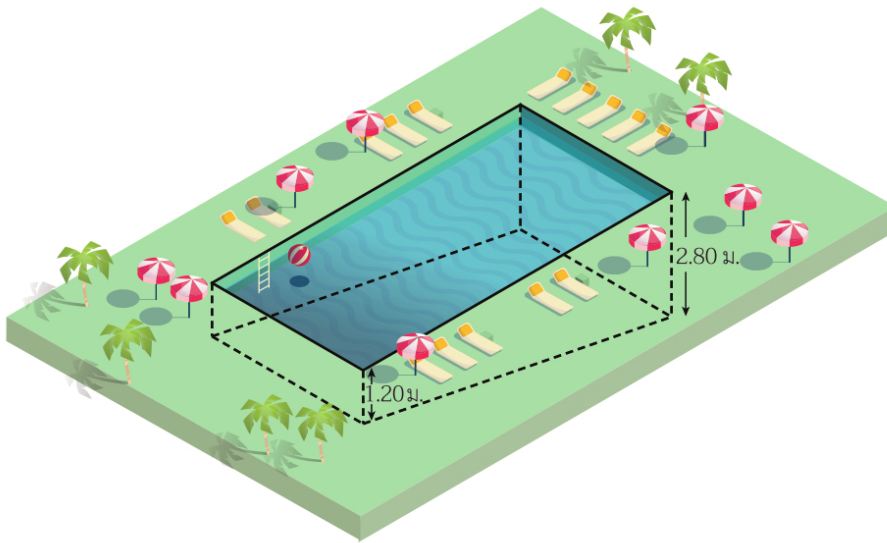
4. ปีนี้ คุณพ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของโยไหม ถ้าสิบปีที่แล้ว กำลังสองของอายุคุณพ่อมากกว่ากำลังสองของอายุโยไหมอยู่ 1,200 อยากทราบว่า ปีนี้โยไหมมีอายุเท่าไร

5. ลูกเสือ 2 หมู่ เริ่มออกเดินทางไกลพร้อมกันจากโรงเรียนไปยังค่ายพักแรม ตามแผนผังดังรูป ถ้าลูกเสือหมู่ที่ 1 ออกเดินไปทางทิศใต้ และลูกเสือหมู่ที่ 2 ออกเดินไปทางทิศตะวันออก เมื่อเวลาผ่านไป 40 นาที ลูกเสือหมู่ที่ 2 เดินทางได้ระยะทางมากกว่าลูกเสือหมู่ที่ 1 อยู่ 1 กิโลเมตร และลูกเสือทั้งสองหมู่อยู่ห่างกัน 5 กิโลเมตร อยากทราบว่า ลูกเสือหมู่ที่ 1 เดินทางมาแล้วกี่กิโลเมตร





6. ลุงปาล์มต้องการทำสระว่ายน้ำ เพื่อให้เด็ก ๆ ในหมู่บ้านมาฝึกว่ายน้ำ โดยลุงปาล์มออกแบบสระว่ายน้ำให้มีส่วนต้นและส่วนลึก เป็น 1.20 เมตร และ 2.80 เมตร ตามลำดับ ดังรูป ถ้าด้านยาวของสระว่ายน้ำยาวน้อยกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร และเมื่อเติมน้ำจนเต็มสระแล้ว จะใช้น้ำ 1,400 ลูกบาศก์เมตร อยากทราบว่า สระว่ายน้ำนี้ยาวกี่เมตรและกว้างกี่เมตร



7. โพล์คของลงแข่งขันปั่นจักรยานรายการหนึ่ง ซึ่งมีระยะทาง 75 กิโลเมตร ถ้าในการแข่งขันนี้ โพล์คของปั่นจักรยานให้ม้อตราเร็วเฉลี่ยมากกว่าปกติ 5 กิโลเมตร/ชั่วโมง เขาจะใช้เวลาอย่างน้อยลง 30 นาที อยากทราบว่า โดยปกติแล้ว โพล์คของปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยเท่าไร
8. ภาศึณมีที่ตึนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่สองแปลงไม่ตึดกัน แต่แปลงล้อมรั้วด้วยลวดหนามสี่ชั้น ดังรูป ถ้าที่ตึนทั้งสองแปลงมีเนื้อที่รวมกันเป็น 170 ตารางวา และใช้ลวดหนามทั้งหมด 576 เมตร อยากทราบว่า ที่ตึนของภาศึณแต่ละแปลงมีเนื้อที่เท่าไร

